ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 20 / 03 / 2023

ΟΜΑΔΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:……………………………………………………………......................

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 3η

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ ΤΗΣ ΓΗΣ

ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗ – ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ g

1Η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ: ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗ

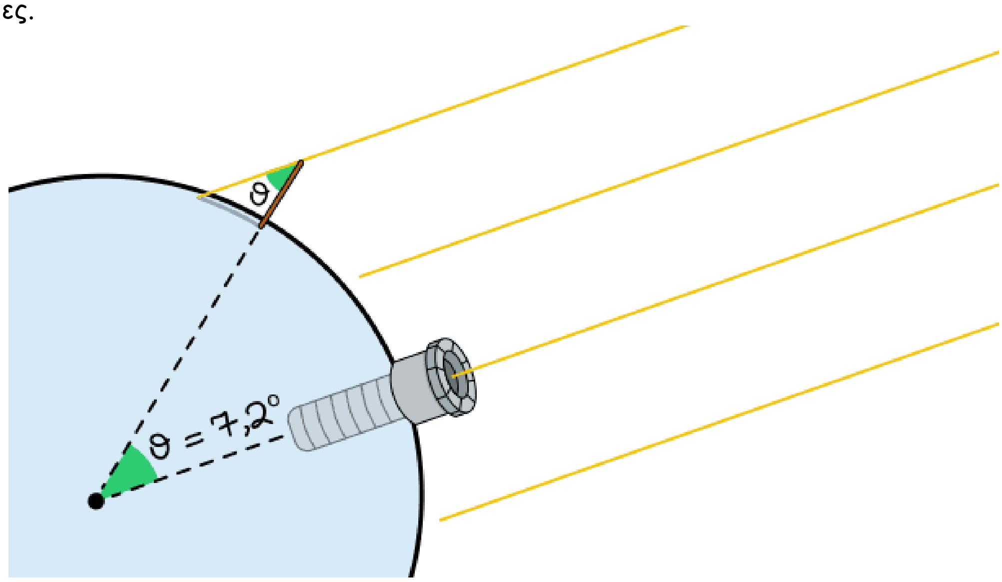
ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ

Ο Ερατοσθένης ο Κυρηναίος ήταν αρχαίος Έλληνας μαθηματικός, γεωγράφος, αστρονόμος, ιστορικός και φιλόλογος. Γεννήθηκε στην Κυρήνη (σημερινή Λιβύη) το 276π.χ και έζησε, σπούδασε και πέθανε στην Αλεξάνδρεια, η οποία ήταν τότε η πρωτεύουσα της Αιγύπτου, το 194π.χ. Το 236π.χ., όταν ήταν περίπου 40 ετών, ορίστηκε επικεφαλής της Βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας και ήταν τότε που εκτέλεσε ίσως το σημαντικότερο πείραμα για το οποίο έμεινε γνωστός στην ιστορία: Μέτρησε την περιφέρεια της Γης χρησιμοποιώντας μόνο ένα κοντάρι !

Κατά τη θητεία του ως επικεφαλής βιβλιοθηκάριος, ο Ερατοσθένης πληροφορήθηκε πως κάθε χρόνο, το μεσημέρι της 21ης Ιουνίου (τη μέρα δηλαδή του θερινού ηλιοστασίου, όπου στο βόρειο ημισφαίριο, ο Ήλιος βρίσκεται στο υψηλότερο σημείο του στον ουρανό και η μέρα έχει την μεγαλύτερη διάρκεια του έτους, καθώς ο βόρειος πόλος της Γης είναι στραμμένος προς τον Ήλιο.), στην αρχαία πόλη Συήνη (το σημερινό Ασουάν) συνέβαινε κάτι ασυνήθιστο: Αν κοιτούσες στον πάτο ενός πηγαδιού μπορούσες να δεις ολόκληρο τον Ήλιο να καθρεφτίζεται στα νερά του.

Ο Ερατοσθένης συμπέρανε ότι για να συμβαίνει κάτι τέτοιο, τη συγκεκριμένη μέρα, ο Ήλιος έπρεπε να βρίσκεται ακριβώς πάνω από τη Συήνη και οι ακτίνες του να πέφτουν κάθετα σ' αυτή. Γνώριζε επίσης πως την ίδια μέρα στην Αλεξάνδρεια, το φαινόμενο αυτό δεν συνέβαινε, οπότε κατάλαβε ότι ο λόγος που ο Ήλιος δεν μπορούσε να βρίσκεται ταυτόχρονα πάνω από τη Συήνη και την Αλεξάνδρεια οφείλονταν στην καμπυλότητα της Γης.

Ο Ερατοσθένης λοιπόν σκέφτηκε πως μπορούσε να χρησιμοποιήσει το γεγονός αυτό για να μετρήσει την περιφέρεια του πλανήτη. Το μεσημέρι της 21ης Ιουνίου στην Αλεξάνδρεια, κάρφωσε ένα κοντάρι κάθετα στη Γη. Στη συνέχεια μέτρησε τη γωνία μεταξύ του κονταριού και των ηλιακών ακτινών και τη βρήκε ίση με το 1/50 του κύκλου, ή αλλιώς 7,2 μοίρες.



Εφόσον όμως θεώρησε πως η Γη είναι σφαιρική και ο Ήλιος βρίσκεται τόσο μακριά που οι ακτίνες του φτάνουν σ' αυτή σχεδόν παράλληλες, οι προεκτάσεις του κονταριού στην Αλεξάνδρεια και του πηγαδιού στη Συήνη θα τέμνονται ακριβώς στο κέντρο της Γης, ενώ η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ των δύο πόλεων θα είναι ίση με τη γωνία μεταξύ κονταριού και ηλιακών ακτινών, ως εντός εναλλάξ γωνίες!

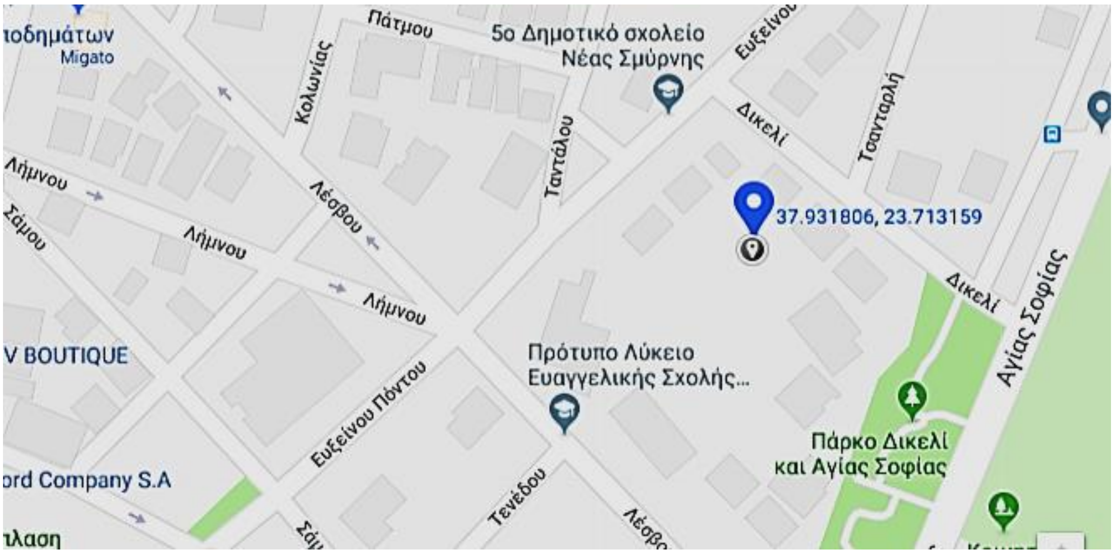
Με άλλα λόγια, το 1/50 της περιφέρειας της Γης είναι ίσο με την απόσταση μεταξύ Αλεξάνδρειας και Συήνης, οπότε ολόκληρη η περιφέρεια θα είναι η απόσταση αυτή επί 50. Άρα το μόνο που έμενε για τον Ερατοσθένη ήταν να μετρήσει την απόσταση μεταξύ των δύο πόλεων. Και ακριβώς αυτό έκανε.

Λέγεται ότι χρησιμοποίησε βηματιστές, οι οποίοι μέτρησαν την απόσταση των δυο πόλεων ίση με 5000 στάδια, ενώ λίγο αργότερα φαίνεται να τη διόρθωσε σε 5040 στάδια. Οπότε τελικά ο υπολογισμός του για την περιφέρεια της Γης, ήταν 252.000 στάδια. Δεν ξέρουμε την ακρίβεια της μέτρησης, καθώς δεν ξέρουμε ποιο είδος σταδίου χρησιμοποίησε. Αν χρησιμοποίησε το αττικό στάδιο (184,98 μέτρα), τότε υπολόγισε την περιφέρεια σε 46.615 χιλιόμετρα. Αν χρησιμοποίησε το οδοιπορικό στάδιο (157,50 μέτρα), τότε την υπολόγισε σε 39.690 χιλιόμετρα, που είναι αρκετά καλός υπολογισμός, με δεδομένο ότι σήμερα υπολογίζεται σε 40.007,86 χιλιόμετρα.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Το πείραμα θα διεξαχθεί την Τετάρτη 20 Μαρτίου 2019 (εαρινή ισημερία, όπου ο ήλιος βρίσκεται στο ζενίθ του και οι ακτίνες του πέφτουν κάθετα στους τόπους του ισημερινού στις 21:58). Η μέτρηση πρέπει να γίνει στην αυλή του σχολείου μας στις 12.34΄.

1.Με τη βοήθεια του google maps βρίσκουμε τις γεωγραφικές συντεταγμένες της αυλής του σχολείου:



Γεωγραφικό πλάτος : ………………………………….

Γεωγραφικό μήκος :…………………………………….

2. Με τη βοήθεια πάλι του google maps αναζητάμε τον τόπο του ισημερινού του βρίσκεται στον ίδιο μεσημβρινό με το σχολείο μας, έχει δηλαδή

Γεωγραφικό πλάτος : ………………………………… και Γεωγραφικό μήκος :…………………………………….

Από το χάρτη βλέπουμε ότι πρόκειται για τόπο της ……………………………………………………………………………………….

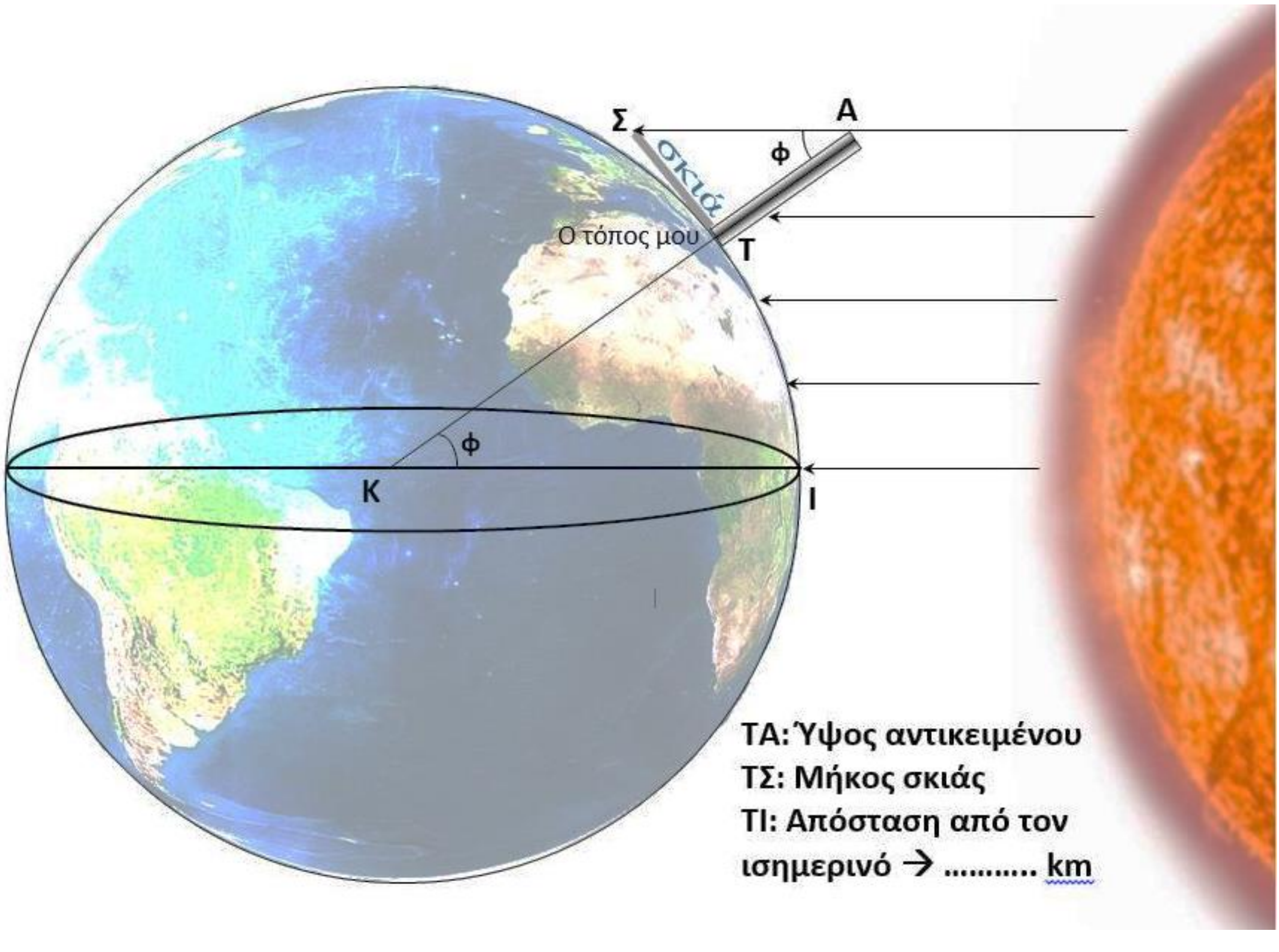
3. Με τη βοήθεια πάλι του google maps και την επιλογή από το menu «μέτρηση απόστασης» βρήσκουμε την χιλιομετρική απόσταση του σχολείου μας από τον τόπο που προσδιορίσαμε στο 2. χρησιμοποιώντας για μεγαλύτερη ακρίβεια μόνο τα γεωγραφικά πλάτη και μήκη και όχι τα ονόματα των περιοχών.

Υπολογίζουμε έτσι το μήκος τόξου του μεσημβρινού που ενώνει τους δύο τόπους. Για μεγαλύτερη ακρίβεια παίρνουμε τρεις μετρήσεις και βρίσκουμε τη μέση τιμή.

α/α	Μετρούμενη Απόσταση (km)	Άθροισμα Μετρήσεων (km)	Απόσταση (km)
1η μέτρηση	4211.49		
2η μέτρηση	4222,51		
3η μέτρηση	4235.19		

Στο σχήμα πρόκειται για το τόξο ΤΙ, το μήκος του οποίου με τη

βοήθεια του google maps βρήκαμε …………………………………………….km.



4. Μετράμε με τη μετροταινία ή τον χάρακα το μήκος του επιμήκους αντικειμένου που μας δόθηκε. Καταχωρούμε τη μέτρηση στον Πίνακα. Για μεγαλύτερη ακρίβεια επαναλαμβάνουν την μέτρηση όλοι οι μαθητές της ομάδας.

5. Στερεώνουμε στην αυλή του σχολείου το αντικείμενο και προσέχουμε να είναι κάθετο με το δάπεδο (ΑΤ στο σχήμα). Με κιμωλία σημειώνουμε το σημείο επαφής του στο προαύλιο.

α/α	**Μήκος ΤΑ (m)**	**Μήκος σκιάς ΤΣ (m)**	**εφφ**	**Γωνία φ (μοίρες)**	**Γωνία $\overline{\varphi}$ (μοίρες)**
1η μέτρηση					
2η μέτρηση					
3η μέτρηση					
4η μέτρηση					

6. Στις 12:34΄μετράμε το μήκος της σκιάς του (ΣΤ στο σχήμα) σημειώνοντας πρώτα με κιμωλία το τέλος της και καταχωρούμε τις μετρήσεις στον παραπάνω Πίνακα.

7. Από τον λόγο ΤΣ/ΤΑ υπολογίζουμε την εφφ και συμπληρώνουμε τον Πίνακα. Από την εφφ βρίσκουμε τη γωνία φ σε μοίρες και καταχωρούμε τα αποτελέσματα στην πέμπτη στήλη του Πίνακα. Υπολογίζουμε την μέση τιμή.

8. Από το σχήμα βλέπουμε ότι οι γωνίες $\widehat{\Sigma A T}$ και $\widehat{AKI}$ είναι ίσες γιατί…………………………………………………………………………

………

9. Υπολογίζουμε την περίμετρο της Γης από τη σχέση:

$$\frac{\mathrm{TI}}{\Phi} = \frac{\text{περίμετρος}}{360}$$

………

Περίμετρος = …………………………………

10. Υπολογίζω την ακτίνα της Γης (R_Γ) από τη σχέση: Περίμετρος = 2π R_Γ

………

R_Γ = …………………………………

11. Γνωρίζοντας ότι μια ενδεικτική τιμή για την ακτίνα της Γης είναι 6371 km, υπολογίστε το σφάλμα της μέτρησής σας

………

………

………

………

2Η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ ΤΗΣ ΓΗΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Θυμόμαστε ότι:

*Ένα σώμα κάνει **ελεύθερη πτώση**, όταν αφήνεται από κάποιο ύψος h να πέσει μόνο του με την επίδραση μόνο μιας σταθερής δύναμης, του βάρους του. Η ελεύθερη πτώση κάθε σώματος είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση**, με σταθερή επιτάχυνση g την **επιτάχυνση της βαρύτητας**, που είναι η ίδια για όλα τα σώματα σε κάθε τόπο ανεξάρτητα από τη μάζα τους. Η επιτάχυνση της βαρύτητας αλλάζει από τόπο σε τόπο ή από πλανήτη σε πλανήτη.*
Οι νόμοι της ελεύθερης πτώσης είναι οι ίδιοι με της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης με μηδενική αρχική ταχύτητα αν αντικαταστήσουμε την επιτάχυνση α με την επιτάχυνση της βαρύτητας g.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

1. Από την κορυφή του αντικειμένου που χρησιμοποιήσαμε για τον υπολογισμό της ακτίνας της Γης αφήνουμε να πέσει μια μπαλίτσα.

2.Με το χρονόμετρο του κινητού μας μετράμε τον χρόνο πτώσης και καταγράφουμε την μέτρηση στον παρακάτω Πίνακα. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία 10 φορές και συμπληρώνουμε τον Πίνακα.

α/α	Χρόνος πτώσης Δt (s)	Δt^2 (s^2)	Ύψος h m	2h m	$g = 2h/\Delta t^2$ m/s^2	$\bar{g}$ m/s^2
1η						
2η						
3η						
4η						
5η						
6η						
7η						
8η						
9η						
10η						

3. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση κίνησης ($\Delta x = g\,\Delta t^2/2$) για την ελεύθερη πτώση υπολογίζουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας από τη σχέση: $g = 2h/\Delta t^2$ και συμπληρώνουμε τον παραπάνω Πίνακα.

4. Γνωρίζοντας ότι g =9.81 m/s^2 για την περιοχή μας υπολογίστε το σφάλμα της μέτρησής σας για την επιτάχυνση της βαρύτητας.

……

……

……

5. Για την επιτάχυνση της βαρύτητας ξέρουμε ότι είναι η ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης. Σύμφωνα με αυτή την αντίληψη το μέτρο της δίνεται από τον τύπο:

$$g = G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2}$$

όπου $G = 6{,}67428 \cdot 10^{-11} N\, m^2\, \mathrm{kg}$ η σταθερά παγκόσμιας έλξης.

Από τη σχέση αυτή λύνοντας ως προς M_Γ έχουμε για τη μάζα της Γης:

$$M_\Gamma = g\, R_\Gamma^2 / G$$

6. Χρησιμοποιώντας τις τιμές για την επιτάχυνση της βαρύτητας και την ακτίνα της Γης από τα προηγούμενα βρίσκουμε για τη μάζα:

M_Γ = ……………………………………

7. Γνωρίζοντας ότι η μάζα της Γης είναι 5,98 × 10^{24} kg υπολογίστε το σφάλμα

……

……

……

8. Λαμβάνοντας υπ' όψη όλα τα αποτελέσματα σχολιάστε σύντομα τη μέθοδο.

……

……

……

……

……

……