Ο ‘αριθμός’ ως δομικό στοιχείο του πολιτισμού και των μαθηματικών

Σταμάτης Γαλανός, Αλέξανδρος Γεωργούλιας , Χαράλαμπος Γιάππας, Ιωσήφ Γκογιάννος

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Καλλιόπη Σιώπη, Μαθηματικός

Πρότυπο Γενικό Λύκειο Ευαγγελικής Σχολής Σμύρνης

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι αριθμοί και οι υπολογισμοί διαπερνούν τον πολιτισμό μας. Η οικονομία, η τεχνολογία και η επιστήμη εξαρτώνται από της χρήση των αριθμών. Η εργασία εστιάζει στην έννοια του αριθμού και την εξελικτική της πορεία από τον ‘αριθμό’ ως δομικό στοιχείο της πρωτόγονης αρίθμησης προς την έννοια του ‘αριθμού’ ως δομικό στοιχείο ανάπτυξης και εξέλιξης των συστημάτων αρίθμησης. Επιχειρείται η προσέγγιση της έννοιας τους αριθμού όχι μόνο ως δομικό στοιχείο των μαθηματικών, αλλά και ως έννοια που σχετίζεται με την ανθρώπινη φύση και ως δομικό στοιχείο πολιτισμού.

Ποια είναι η σχέση του αριθμού και της αρίθμησης με βάση το κοινωνικό πλαίσιο εμφάνισης και εξέλιξης τους και **πώς** συνέβαλε η σχέση αυτή στην εξέλιξη της έννοιας του αριθμού, από τον αριθμό που αντιπροσωπεύει αντικείμενα στον αφηρημένο αριθμό που λειτουργεί ως δομικό στοιχείο των συστημάτων αρίθμησης.

Ανθρωπολογικές μελέτες παρουσιάζουν ενδείξεις **μαθηματικών πρακτικών**, όπως **η μέτρηση**, **η αρίθμηση**, **η σύγκριση**, **η διάταξη** και **η ταξινόμηση**, να κάνουν την εμφάνισή τους από τα βάθη των αιώνων μέχρι και σήμερα ακόμα σε κοινωνίες αποκομμένες από το σύγχρονο πολιτισμό (Gordon, 2004).

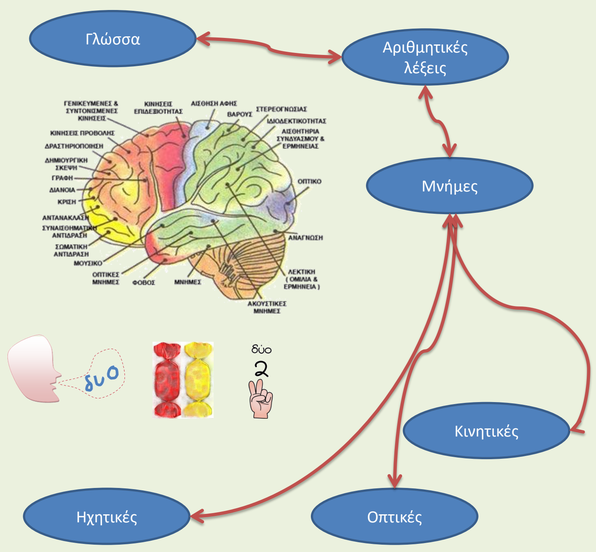
Ο αριθμός και **η αρίθμηση** σχετίζονται με ***τα πολιτισμικά χαρακτηριστικά των ανθρώπινων κοινωνιών*** και ***όχι μόνο με την ιστορία των μαθηματικών*** και **δεν είναι μόνο μια καθαρή μαθηματική έννοια** που τη διδάσκεται κάποιος κατά τη διάρκεια των βασικών σπουδών του (D'Ambrosio, 1985; Frank, et all,2008)

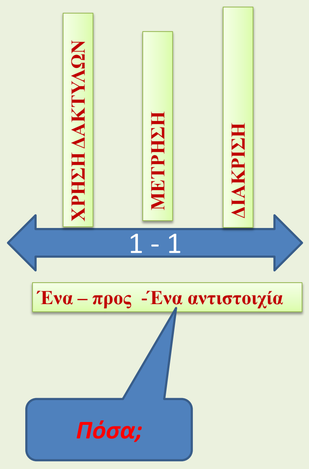
Η ΑΡΙΘΜΗΣΗ

Νοητική διαδικασία και εμπλέκονται σε αυτήν περιοχές του εγκεφάλου που είναι επιφορτισμένες με την αφαιρετική ικανότητα, τις διαδοχικές κινητικές δεξιότητες και τις γλωσσικές δεξιότητες.

- Η **δεξιά πλευρά** του εγκεφάλου αναγνωρίζει την ύπαρξη πολλαπλών αντικειμένων στο άμεσο οπτικό μας πεδίο δίνοντάς μας την αίσθηση του πλήθους των στοιχείων.
- Ο **προμετωπιαίος φλοιός** μας δίνει τη δυνατότητα να σχεδιάζουμε αριθμητικές πράξεις
- **Πίσω μέρος** του **αριστερού ημισφαιρίου** συσχετίζουμε τα **δάχτυλά** μας με την **αρίθμηση**

Για να την αρίθμηση χρειάζεται
α) να ξέρουμε πόσα είναι,
β) να αγγίξουμε ή να δείχνουμε διαδοχικά και
γ) να λέμε διαδοχικά αριθμητικές λέξεις.





Ο ΑΡΙΘΜΟΣ

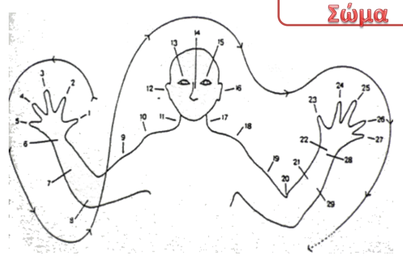
ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ

.... με τα Δάχτυλα

παγκόσμια πρακτική

Bede's finger counting (Jacob Leupold, 1727)

..... με το Σώμα



Φυλή Oksampin-Παπούα, Νέα Γουινέα

Η αρίθμηση με τα δάχτυλα και το σώμα μας δίνουν συντεταγμένους αλλά και πληθικούς αριθμούς γεγονός που αποτελεί μια σημαντική μετακίνηση προς την αφηρημένη έννοια του αριθμού.

Φυλή Botocudos στη Βραζιλία
*** 1 – «δάχτυλο»
*** 2 - «διπλό δάχτυλο»
*** για όλους τους μεγάλους αριθμούς χρησιμοποιούν μόνο τη λέξη «πολλά»

Φυλή Γκουμουλγκαλ στην Αυσταλία
*** 1- «ουραπόν»
*** 2 - «ουκασάρ»
*** 3 –«ουκασάρ-ουραπόν,
*** 4: ουκαράρ –ουκασάρ .....

*** πέντε- ολόκληρο το χέρι,
*** έξι-ένα στο άλλο χέρι,
*** δέκα-δυο ολόκληρα χέρια
*** έντεκα –ένα στο πόδι.

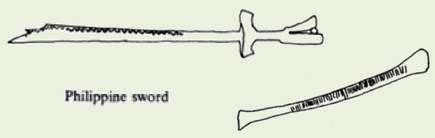
..... με Λέξεις

Επόμενο στάδιο της εξέλιξης των αριθμητικών λέξεων, η πενταδική αρίθμηση ως:
*** *πενταδική-δεκαδική*
*** *πενταδική-εικοσαδική*.

Πενταδική-δεκαδική αρίθμηση	πενταδική-εικοσαδική αρίθμηση
10 -δέκα	δυο πεντάρια
15- δέκα και πέντε	τρία πενταρια
20 –δυο δεκάρια	είκοσι
25 –δυο δεκάρια και πέντε	είκοσι και πέντε
30 – τρία δεκάρια	είκοσι και δυο πεντάρια
35 – τρία δεκάρια και πέντε	είκοσι και τρία πεντάρια
40 – τέσσερα δεκάρια	δυο εικοσάρια

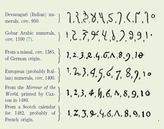
Ο ΑΡΙΘΜΟΣ και ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ

Fiji islanders club


Philippine sword

Ishango tool handle explanatory sketch

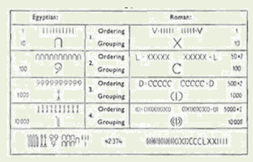
Γραμμές


Ινδοαραβικά

Βαβυλωνιακά

Αριθμητικά σύμβολα

..III (Cretan)
ΔΔIII (Greek Attic)
XXIII (Roman)
✣✣ : . (Aztec)


Αιγυπτιακά - Ρωμαϊκά

Συστήματα αρίθμησης

- **Βαβυλώνιοι**: Σύστημα αρίθμησης των Σουμέριων - Ατελές - Βάση το δέκα και το εξήντα – ‘σφήνα’ για τις μονάδες και το ‘άγκιστρο’ για τη δεκάδα -Δε διέθετε σύμβολο για το μηδέν και ειδικό σύμβολο για να διακρίνονται οι ακέραιοι από τα εξηκονταδικά κλάσματα.
- **Αιγύπτιοι**: Ιερογλυφική αρίθμηση - Δεκαδικό- Θεσιακό σύστημα -Ειδικά σύμβολα για τις μονάδες κάθε δεκαδικής τάξης -Η παράσταση ενός αριθμού γινόταν με την επανάληψη του ψηφίου κάθε τάξης όσες φορές χρειάζονταν, εφαρμόζοντας την αρχή της πρόσθεσης.
- **Έλληνες**: Αλφαβητικό σύστημα αρίθμησης – Δεκαδικό- Παράσταση αριθμών με γράμματα του ελληνικού αλφαβήτου χωρισμένα σε τάξεις .
- **Ρωμαϊκό**: Μη θεσιακό σύστημα -Κάθε ψηφίο έχει καθορισμένη αξία, ανεξάρτητα από τη θέση που έχει στον αριθμό
- **Ινδο-Αραβικό**: Δεκαδικό σύστημα θέσης - Χρησιμοποιεί τα σύμβολα 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

ΣΥΓΧΡΟΝΑ ΘΕΣΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

α) όλη η σειρά των αριθμών χωρίζεται σε τάξεις έτσι ώστε, **ν** μονάδες κάθε τάξης δίνουν μια μονάδα της αμέσως επόμενης τάξης,

β) σε κάθε τάξη υπάρχει μια συγκεκριμένη μονάδα χαρακτηριστική της τάξης

γ) κάθε ψηφίο x που χρησιμοποιείται για τη γραφή των αριθμών σε ένα σύστημα θέσης με βάση α, θα πρέπει x<α,

δ) σε έναν αριθμό η αξία κάθε ψηφίου του εξαρτάται από τη θέση του στον αριθμό

ε) τα ψηφία των αριθμών, γραμμένα από τα αριστερά προς τα δεξιά, παριστάνουν το πλήθος των μονάδων της αντίστοιχης τάξης

στ) η γραφή κάθε αριθμού στηρίζεται στην πολλαπλασιαστική αρχή και στην πρόσθεση.

Δεκαδικό	Πενταδικό	Διαδικό
$750=7x10^2+5x10^1+0x10^0$	$203=2x5^2+0x5^1+3x5^0$	$1101=1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

Διαδικό σε Δεκαδικό	$100010= 1x2^5+0x2^4+0x2^3+0x2^2+1x2^1+0x2^0=$ $32+0+0+0+2+0= 34$
Πενταδικό σε Δεκαδικό	$40032 =$ $4x5^4+0x5^3+0x5^2+3x5^1+2x5^0= 2500+0+0+15+2=2517$

Δεκαδικό σε Διαδικό	Δεκαδικό σε πενταδικό
33: 2 πηλίκο 17, υπόλοιπο **0**	73: 5 πηλίκο 14, υπόλοιπο **3**
17: 2 πηλίκο 8, υπόλοιπο **1**	14: 5…πηλίκο 2, υπόλοιπο **4**
8: 2 πηλίκο 4, υπόλοιπο **0**	2: 5 πηλίκο 0 , υπόλοιπο **2**
4: 2 πηλίκο 2, υπόλοιπο **0**	
2: 2 πηλίκο 1, υπόλοιπο **0**	
1: 2 πηλίκο 0, υπόλοιπο **1**	
1 0 0 0 1 0	**2 4 3**

ΧΡΟΝΟΓΡΑΜΜΗ
ΠΟΛΙΤΙΣΜΩΝ -ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Η πορεία προς την έννοια του αριθμού ξεκίνησε πολύ αργά και τα πρώτα βήματα διήρκησαν εκατοντάδες αιώνες, ο βηματισμός επιταχύνθηκε όταν άρχισαν να κάνουν την εμφάνισή τους τα πρώτα συστήματα αριθμών. Ο αριθμός συνδέεται με τη φύση του ανθρώπου να αναρωτιέται και να επιζητά να μάθει *πόσα* αντικείμενα υπάρχουν γύρω του, τάση αυτή έχει διαχρονικά χαρακτηριστικά, φαίνεται να κληρονομείται και παρατηρείται ως κοινή για όλα τα μέλη οποιασδήποτε κοινωνίας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Εξαρχάκος, Θ., (1993): *Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Εκδόσεις Ελληνικά Γράμαμτα (Γ έκδοση).
Bunt, L., Jones, P., Bedient, J. (1981). *Οι Ιστορικές ρίζες των στοιχειωδών μαθηματικών*. Αθήνα: Εκδόσεις Πνευματικός.
Clawson, C. (2005). *Ο Ταξιδευτής των Μαθηματικών*. Αθήνα: Εκδόσεις Κέδρος.
Hughes, M. (1999). *Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών*. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
Eves, H. (1989). *Μεγάλες στιγμές των Μαθηματικών*. Αθήνα: Εκδόσεις Τροχαλία.
D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the learning of Mathematics*, *5*(1), 44-48.
http://flm-journal.org/Articles/72AAA4C74C1AA8F2ADBC208D7E391C.pdf
Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*, *306*(5695), 496-499.
http://staff.um.edu.mt/albert.gatt/teaching/dl/gordon04_numerical-cognition-without-words.pdf
Frank, M. C., Everett, D. L., Fedorenko, E., & Gibson, E. (2008). Number as a cognitive technology: Evidence from Pirahã language and cognition. *Cognition*, *108*(3), 819-824
http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010027708001042
Menninger, K. (2013).*Number words and number symbols: A cultural history of numbers*. Courier Corporation.(on line).